

Tentamen Algoritmen en Datastructuren

dinsdag 25 augustus 2006, 9 -12 uur

Het tentamencijfer T is $(p/10) + 1$, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Het eindcijfer van het vak is $(3T + P)/4$, waarbij P het practicumresultaat is. Met de zinsnede 'geef een algoritme' in een opgave wordt bedoeld:

beschrijf een algoritme in pseudocode, licht de werking ervan toe en beargumenteer de correctheid.

1. (30 punt) Gegeven zijn n positieve gehele getallen c_1, \dots, c_n en een positief geheel getal K . Geef een algoritme dat in $O(nK)$ tijd vaststelt of er een deelverzameling S van $\{1, \dots, n\}$ is met de eigenschap

$$\sum_{i \in S} c_i = K.$$

(Aanwijzing: gebruik dynamisch programmeren.)

2. (30 punt) Zij gegeven een ongerichte, samenhangende, enkelvoudige (dwz. zonder self-loops en parallelle kanten) gewogen graaf G , waarin alle gewichten verschillend zijn.
 - (a) Wat is een opspannende boom (spanning tree) van G ? En een minimale opspannende boom?
 - (b) Zij V_1, V_2 een partitie van de knopen van G . Beschouw alle kanten van G die een eindpunt in zowel V_1 als V_2 hebben, en laat e van die kanten het laagste gewicht hebben. Laat zien: elke minimale opspannende boom van G bevat e .
 - (c) Geef een algoritme dat een minimale opspannende boom van G vindt, met tijdscomplexiteit $O(m \log n)$ (n het aantal knopen, m het aantal kanten). Je mag gebruik maken van een efficiënte priority queue.
3. (30 punt) Deze opgave gaat over complexiteitsklassen.
 - (a) Geef definities van de complexiteitsklassen P (polynomiaal) en NP (non-deterministisch polynomiaal).
 - (b) Wanneer is een probleem NP-volledig (NP-complete)?
 - (c) Formuleer een NP-volledig probleem en laat zien dat het in de klasse NP zit (je hoeft dus niet de NP-volledigheid te bewijzen).